

Probabilités : exercices corrigés

Edité et corrigé par Mohamed Echakafi

1. Enoncé ex1:

a. Quel le nombre de permutations des lettres dans le mot mohamed?

b. Dans une urne il y a 6 boules rouges et 2 boules blanches. On tire simultanément deux boules. Quelle est la probabilité de tirer 2 rouges rouges? Quelle est la probabilité de tirer 2 blanches rouges?

c. soit la variable aléatoire x d'une Loi binomiale tel que $B(5,0.5)$. Calculer l'espérance $E(X)$ et la variance $V(X)$?

Correction ex1:

a. Le nombre de permutation de n éléments est $n!$. Le mot contient 7 lettres mais le m se repète 2 fois donc le nombre de permutations est

$$\frac{7!}{2!} = 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 = 2520$$

b. la probabilité de tirer 2 boules rouges est :

$$\frac{C_6^2}{C_8^2} = \frac{\frac{6!}{2! \times (6-2)!}}{\frac{8!}{2! \times (8-2)!}} = \frac{\frac{6!}{2!4!}}{\frac{8!}{2!6!}} = \frac{15}{28}$$

la probabilité de tirer 2 boules blanches est :

$$\frac{C_2^2}{C_8^2} = \frac{\frac{2!}{2!0!}}{\frac{8!}{2!6!}} = \frac{1}{28}$$

c. La loi binomiale a comme espérance et variance $B(n,p)$ notre cas $n=5$ et $p= 0.33$:

$$E(X) = n \times p \text{ et } VAR(X) = n \times p \times (1 - p)$$

$$E(x) = 5 \times \frac{1}{3} \quad VAR(X) = 5 \times \frac{1}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{10}{9}$$

2. Enoncé ex2:

Une usine fabrique des vis de 2 cm de longueur. On note X la loi numérique ayant pour valeurs les longueurs des vis possibles exprimées en cm , p_i .la probabilité qu'une vis soit de longueur x_i

x_i	1.8	1.9	2	2.1	2.2
p_i	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{12}$

1. Quelle est l'espérance mathématique de X ?.
2. La probabilité pour que une vis soit au moins de 2 cm ?.
3. On prélève au hasard et avec remise 6 vis. Quelle est la probabilité d'avoir ?:
 - i. au moins une vis de 1.8 cm .
 - j. exactement 2 vis de 1.8 cm.
 - k. au moins une vis de longueur supérieur ou égale à 1.9 cm.

Correction EX2:

1. calcul de l'espérance $(1.8 \times \frac{1}{12}) + (1.9 \times \frac{1}{6}) + (2 \times \frac{1}{2}) + (2.1 \times \frac{1}{6}) + (2.2 \times \frac{1}{12}) = 2$

2. la probabilité $P(X \geq 2) = \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} = \frac{3}{4}$

3.i la probabilité pour avoir au moins une vis de 1.8 cm est : $(\frac{1}{12})^6$

3.j la probabilité pour avoir au moins 2 vis de 1.8 cm (tirage avec remise) est $C_6^2 \times (\frac{11}{12})^4 (\frac{1}{12})^2 = 15 \times \frac{11^4}{12^6}$

3.k la probabilité d'avoir au moins une vis de longueur supérieur ou égale à 1.9 cm. on considère l'événement contraire cad n'avoir aucune vis de longueur supérieur à 1.9 cm dont la probabilité est $\frac{11}{12}$

solution = $1 - (\frac{11}{12})^6$